REKENKIST
UITWERKING VOOR:

Breuken & Procenten

Auteurs: Danielle Rabelink, Dianne Roerdink, Evelien Brouwer, Ineke Klapwijk en Jessica Nelissen
Het ABC, september 2021

www.hetabc.nl

Inhoud

Voorwoord: Breuken & Procenten in het kort

De uitwerking Breuken & Procenten die nu voor u ligt, maakt onderdeel uit van de rekenkist. De rekenkist is bedoeld als aanvulling op de rekenmethode. Binnen het domein Verbanden is er aandacht voor de leerlijnen Breuken & Procenten. Bij de leerlijn ‘Breuken’ is er aandacht voor het benoemen van breuken, herkennen van breuken en het uitrekenen van breuken. Bij de leerlijn ‘Procenten’ is er aandacht voor het kunnen aangeven van een percentage, het herkennen van een percentage en het uitrekenen van percentages. Beide leerlijnen staan in verband met elkaar en de link tussen breuken en procenten dient veel aandacht te krijgen.

In het dagelijks leven zijn de breuken inmiddels bijna helemaal verdrongen door kommagetallen en procenten. Met kommagetallen kun je gemakkelijk op een rekenmachine werken. De vraag is waarom er dan toch nog aandacht voor breuken nodig is. Mensen rekenen en redeneren vaak in breukentermen, ook als er niet expliciet om gevraagd wordt. Als ze moeten schatten hoeveel 72% van 600 is rekenen ze bijvoorbeeld via ‘driekwart’ en komen op: ‘ongeveer 300 (de helft) plus 150 (een kwart). Breuken geven betekenis aan procenten en kommagetallen en ze spelen een belangrijke rol in het hoofdrekenen met procenten en kommagetallen. Een tweede argument is didactisch van aard: het begrip van breuken vormt het fundament voor het begrijpen van verhoudingen, kommagetallen en procenten. Daarnaast kiezen leerlingen/volwassenen in het dagelijks leven vaak op een natuurlijke manier voor breuken. Bijv. ‘één-derde’ gaat naar de naschoolse opvang, je mag ‘één-vierde’ van de chocoladereep, je bent al op de ‘helft’ met het huiswerk. Leerlingen kennen op 7/8-jarige leeftijd vaak al een aantal eenvoudige breuken, ook als die niet in de rekenles aan de orde zijn geweest. Bij breuken gaat het immers om het ‘verdelen’.

Beide leerlijnen zijn een belangrijk onderdeel van het dagelijks leven en hierop kan een groot beroep worden gedaan bij het oefenen ermee. Dit varieert tot het doen van boodschappen, tot het verdelen van de klok in ‘kwartieren’, de hellingspercentages op verkeersborden tot het gebruik van breuken en procenten in het nieuws. Leerlingen kunnen bij deze leerlijnen zeer actief betrokken worden door zelf actief op zoek te gaan naar voorbeelden in het dagelijks leven. Allereerst zijn de doelen (binnen dit domein) per leerjaar uitgewerkt zodat het voor u, als leerkracht overzichtelijk wordt aan welke doelen er gewerkt kan worden. Ook wordt er verder ingegaan op hoe het handelingsmodel specifiek benut kan worden bij de leerlijn Breuken en Procenten. Ook vindt u een hoofdstuk met belangrijke aandachtspunten ten aanzien van deze leerlijnen.
Een uitgebreide materialenlijst is opgesteld om u, als leerkracht veel concreet materiaal te bieden bij het werken aan dit domein en worden er spelsuggesties gedaan en suggesties voor coöperatieve werkvormen die het extra leuk maken om met het rekenen aan de slag te gaan. Verder vindt u een begrippenlijst (per leerjaar) waarin de belangrijkste rekenbegrippen zijn opgenomen. Tot slot vindt u in de bijlage opdrachten die u aan de klas kunt geven die in het teken staan van Breuken en Procenten.

Hoofdstuk 1. Leerdoelen

Onderstaande rekendoelen zijn gebaseerd op de SLO tussendoelen van 2017 en leerroute 1 van Passende Perspectieven. In onderstaande doelen wordt onderscheid gemaakt tussen de referentieniveaus: 1S (streefniveau) en 1F (fundamenteel niveau). Het streven is dat leerlingen op 12-jarige leeftijd op 1S uitstromen. Het minimale niveau is 1F. Als dat voor een leerling nog niet haalbaar is, kan er gebruik worden gemaakt van leerroute 2 of 3 van de Passende Perspectieven. Voorkom dat leerlingen te vroeg op de leerroute van 1F worden gezet. Vanaf groep 6 kan er verantwoord gekozen worden voor 1F met behulp van de Checklist '*Verantwoord kiezen voor fundamenteel rekenniveau 1F*'. Bekijk altijd per doel/leerlijn wat de mogelijkheden zijn om toch 1S te behalen.

Breuken	
'BEHEERSEN' in GROEP 6 **De leerling …**	
1F	**1S** **… beheerst de doelen van 1F én de volgende doelen:**
kan veel voorkomende breuken uit het dagelijks leven herkennen en benoemen. Bijvoorbeeld bij gebruik bij: • Tijden: bijv. kwartier, drie kwartier, anderhalf uur • Inhoud: halve liter • Afstanden: halve meter • Recepten: ¼ pak meel	kan verwoorden wat de teller en de noemer weergeven in contexten met breuken.
kan de schrijfwijze en uitspraak van benoemde stambreuken in situaties zoals 1/3 appel, 1/5 deel van een chocoladereep e.d. met woorden (één-derde)) en met getalsymbolen (1/3) herkennen.	weet wat stambreuken (met teller 1, zoals 1/4 en 1/10), niet stambreuken (zoals 4/5, 5/6), hele breuken (zoals 5/5, 10/10) en samengestelde breuken (zoals 2 1/3) zijn.
Idem als hierboven maar dan het (her)kennen van de schrijfwijze en uitspraak van niet-stambreuken, zoals 3/5 reep, 2/3 stokbrood e.d.	begrijpt hoe breuken gebruikt kunnen worden als maatverfijning in meetsituaties en kan het resultaat uitdrukken in een samengestelde breuk *(bv.: Bij het meten met stroken: Jip is net iets meer dan 2 stroken lang, hij is precies 2 1/4 strook lang).*

kan een 'breuk in spreektaal' naar 'rekentaal' korter schrijven, bijv. 'Een vijfde deel van alle Nederlanders' korter schrijven als '1/5 deel van ...'	begrijpt de relatie tussen stambreuken, niet-stambreuken en samengestelde breuken met dezelfde noemer.
kan teller en noemer benoemen.	kan kritisch denken en redeneren over breuken als getallen in probleemsituaties *(bv.: Wat is de kleinste breuk?).*
kan een strook (of cirkel) verdelen en de stukken benoemen als breuk: Als je een strook of cirkel in vieren verdeelt en er 1 stuk van neemt, noemen we dat een kwart (1/4) strook of cirkel (noteren met een horizontale breukstreep).	kan breuken aanvullen tot 1, in contextsituaties en in formele sommentaal *(bv.: In de fles zit 3/10 liter, hoeveel liter kan er nog bij?; 2/7 + … = 1).*
kan breuken in termen van verdeel- en breekhandelingen interpreteren. • 3/8 pizza houdt in: je verdeelt de pizza in 8 gelijke delen, en neemt er daar 3 van. • 1 2/3 reep houdt in: je hebt 1 hele reep, en nog 2 stukken van een in drieën verdeelde reep.	kan rekenen met de breuk als operator in informele contextsituaties *(bv.: 1/5 deel van 60 euro; 3/4 deel van 120 liter).*
begrijpt dat een stambreuk de uitkomst van een deling is: • Een pizza verdelen met z'n drieën: 1:3 = 1/3 pizza • Een cake verdelen met z'n vieren: 1:4 = ¼ cake	kan de relatie tussen eenvoudige verhoudingen *(zoals 4 : 5)* en breuken *(zoals 4/5)* herkennen, verwoorden en gebruiken.
begrijpt dat een elementaire breuk de uitkomst van een deling is: • Drie pizza's verdelen met z'n vieren: 3:4 = 3/4 pizza • 2 repen verdelen met z'n vijven: 2:5 = 2/5 appel	kan breuken en verhoudingen met elkaar vergelijken *(bv.: 1 op de 3 is minder dan de helft; 3 op de 5 is meer dan 1/2).*
kan benoemde breuken plaatsen op een getallenlijn tussen hele getallen *(zoals bij een maatbeker).*	kan kritisch denken en redeneren over relaties tussen verhoudingen en breuken in probleemsituaties *(bv.: Dit jaar gaat de helft van de Belgen op vakantie, tegenover 2 op de 5 Nederlanders. Kun je nu zeggen of er meer of minder Nederlanders dan Belgen op vakantie gaan?).*
kan veel voorkomende benoemde breuken vergelijken en ordenen en kan hierover redeneren *(bv.: 3/4 liter melk is meer dan 1/2 liter, maar minder dan 1 1/2 liter).*	

'BEHEERSEN' in GROEP 7 De leerling …	
1F	**1S** **… beheerst de doelen van 1F én de volgende doelen:**
kan veel voorkomende breuken vergelijken. Hierbij kan gebruik gemaakt worden van een breukenstrook, breukenstok, breukencirkel. Bijvoorbeeld: • Wat is meer: 1/2 liter of 1/4 liter melk? • Wat is minder? 1/4 banketstaaf of 1/8 van dezelfde banketstaaf? • 1/5 pizza of 1/6 van dezelfde pizza?	kan gelijknamige breuken optellen en aftrekken in contextsituaties en in formele rekentaal. De leerling kan hierbij indien nodig ook 'de helen eruit halen' *(bv.: 1 1/2 liter en 1/2 liter is 2 liter; 2/7 + 6/7 = 8/7 = 1 1/7).*
kan veelvoorkomende breuken vergelijken door gelijknamig maken, met bijv. de strook als ondersteuning	kan veel voorkomende ongelijknamige breuken vergelijken en het verschil bepalen *(bv.: 1/3 of 1/5: wat is meer, hoeveel meer?).*
kan veel voorkomende breuken vergelijken door ordenen en plaatsen op de getallenlijn. Bijvoorbeeld: Waar ligt 1/2 op de getallenlijn tussen 0 en 1? En 3/4? En 1/10?	kan rekenen met veel voorkomende breuken als operator en weet dat het voor het antwoord niet uitmaakt of je de breuk interpreteert als 'keer' of 'deel nemen van' *(bv.: 4/5 x 350, 4/5 van 350 of 350 x 4/5).*
kan stambreuken en elementaire breuken vergelijken: Wat is meer, 1/3 of 3/4?	weet dat een deling ook als breuk geschreven kan worden en kan dit uitleggen en toepassen *(bv.: 2 : 3 is 2/3).*
kan een deel van een hoeveelheid bepalen • Hoeveel is 1/4 van een plank van 120 centimeter? (Met ondersteuning van de strook) Hoeveel is 1/3 van een reep die uit 24 blokjes chocolade bestaat?	kan in contextsituaties met veel voorkomende breuken een heel getal delen door een breuk *(bv.: we doen 5 liter soep in bakjes van 1/4 liter. Hoeveel bakjes hebben we nodig?).*
kan een deel van een hoeveelheid in andere meetsituaties (stambreuken) bepalen: • ½ deel van 1000 (ml) • ¼ deel van de klas (28 leerlingen) • 1/3 deel van 150 euro Rekening houden met onderliggende rekenvaardigheid.	kan kritisch denken en redeneren over breuken in betekenisvolle probleemsituaties *(bv.: Waarom mag je bij het optellen van breuken niet de tellers bij elkaar op tellen en de noemers bij elkaar optellen?).*

kan een deel van een hoeveelheid in andere meetsituaties (niet-stambreuken) bepalen: • 3/5 deel van een trein met 100 passagiers • 2/7 deel van een knikkerpot met 140 knikkers	kan verschillende notaties voor het weergeven van verhoudingen in alledaagse situaties herkennen *(zoals met breuken, percentages en schaalnotaties)*. En begrijpt dat de verschillende schrijfwijzen dezelfde betekenis hebben.
kan verhoudingsproblemen oplossen: 2 broodjes kosten 3 euro, hoeveel kosten 8 broodjes? (Met de verhoudingstabel)	kan verhoudingen benoemen en schrijven als 'zoveel op de zoveel', deel van een totaal, als breuk en als percentage. En kan de verschillende verwoordingen en schrijfwijzen met elkaar in verband brengen en vergelijken en daarbij uitleggen waarom de ene verhouding wel of niet gelijk is aan de andere of in aantal meer of minder objecten bevat.
kan 'helen' uit een breuk halen: • Je koopt 8 stukken van 1/4 pizza, hoeveel hele pizza's heb je dan? • Je koopt 16 stukken van 1/8 taart, hoeveel hele taarten heb je dan?	kan breuken, met name de noemers 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 en 100 relateren aan percentages door te redeneren met honderdsten *(bv.: 1/100 deel ↔ 1%, 1/50 deel = 2/100 deel ↔ 2%).*
kan optellen en aftrekken van eenvoudige benoemde breuken: • 1/4 stokbrood + 3/4 stokbrood • 1 pizza – 2/3 pizza	kent de relaties tussen veelvoorkomende verhoudingen, breuken en percentages *(bv.: met name 1 : 10 ↔ 1/10 deel ↔ 10%; 1 : 2 ↔ 1/2 deel ↔ 50%; 1 : 4 ↔ 1/4 deel ↔ 25%; 1 : 5 ↔ 1/5 deel ↔ 20%; 2 : 5 = 4 : 10 ↔ 2/5 deel = 4/10 deel ↔ 40%; 3 : 4 ↔ 3/4 deel ↔ 75%).*
kan optellen en aftrekken van ongelijknamige breuken (op basis van gelijknamig maken): • ½ stokbrood + 1/4 stokbrood • 1 1/2 pizza – 1/4 pizza	kan kritisch denken en redeneren over relaties tussen verhoudingen, breuken en procenten *(bv.: Bas speelt 5 voetbalwedstrijden en maakt daarin 60% van de doelpunten. Kun je zeggen dat hij in 3 van de 5 wedstrijden doelpunten scoort?).*
kan vermenigvuldigen en delen in concrete situaties: • Hoeveel pakjes drinken van 1/4 liter is evenveel als 1 1/2 liter? • Hoeveel pakjes slagroom van 1/8 liter moet ik kopen als ik 1 liter nodig heb?	
kan vermenigvuldigen en delen met kale breuksommen: • 4 x 1/8 pizza (1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8) • 3 x 1/7 reep	
begrijpt de relatie tussen breuken en decimale getallen en kan veel voorkomende breuken en decimale getallen in elkaar omzetten *(bv.: 1/5=0,2).*	

‘BEHEERSEN’ in GROEP 8 **De leerling …**	
1F	**1S** **… beheerst de doelen van 1F én de volgende doelen:**
kan een deel van een hoeveelheid schattend bepalen: • 1/4 deel van 82 is ongeveer … • 1/3 deel van 9165 inwoners is ongeveer … Houd rekening met de onderliggende rekenvaardigheid.	weet dat een breuk verschillende verschijningsvormen heeft: als deel van een geheel, als resultaat van een meting, als resultaat van een (ver)deling, als rekengetal en als verhouding en kan hierbij voorbeelden noemen.
kent de taal van verhoudingen: • 1 van de 5 leerlingen heeft bruine ogen • 2 op de 3 inwoners doet aan hardlopen	begrijpt de relatie tussen breuken en decimale getallen en kan veel voorkomende breuken en decimale getallen in elkaar omzetten *(bv.: 1/5=0,2).*
weet van de meest voorkomende breuken het bijbehorende kommagetal: • 1/2 en 0,5 • 1/4 en 0,25 • 3/4 en 0,75 • 1/10 en 0,1 • 1/100 en 0,01 • 3,5 is drie en een half	kan (samengestelde) breuken vergelijken en ordenen en kan uitleggen waarom die bepaalde volgorde klopt.
kan bij een breuk behorende kommagetal bepalen met de rekenmachine: • 1/4 = 1 : 4 = 0,25; 3/4 = 3 : 4 = 0,75 • 1/3 = 1 : 3 = 0,33333; 3/5 = 3 : 5 = 0,6	kan breuken vereenvoudigen (waaronder ook ‘helen eruit halen’) en kan aangeven of een breuk de meest vereenvoudigde breuk is *(bv.: 17/3 = 5 2/3; 9/12 = 3/4; 4/10 kun je vereenvoudigen naar 2/5).*
kent kommagetallen en procenten en kan de relatie hiertussen leggen 50% nemen is hetzelfde als ‘de helft nemen’ en hetzelfde als ‘delen door 2’ • 1/2 = 0,5 = 50% • 1/4 = 0,25 = 25% • 3/4 = 0,75 = 75% • 1/10 = 0,1 = 10% • 1/100 = 0,01 = 1%	kan gelijkwaardige breuken bedenken (compliceren).

• 1 op de 4' is 25% of 'een kwart van' Ook benoemen in dagelijkse toepassings-situaties: De tweede voor de helft van de prijs; 50% korting op de broek, dus voor de helft van de prijs.	
kan eenvoudige breuken in relatie tot andere breuken zien (een breuk als een knooppunt in een netwerk van relaties): Bijv. 3/4 stokbrood zien als: • 3 keer 1/4 stokbrood; • 1/2 + 1/4 stokbrood; • 1 – 1/4 stokbrood.	kan kritisch denken en redeneren over breuken als getallen in probleemsituaties.
	kan ongelijknamige breuken optellen en aftrekken, inclusief helen eruit halen en vereenvoudigen, ook via de standaardprocedure 'gelijknamig maken'. De leerling kan zijn aanpak uitleggen.
	kan een geheel getal vermenigvuldigen met een breuk en omgekeerd (*bv.: 6x3/5; 3/4x12).*
	kan een breuk met een breuk vermenigvuldigen in contextsituaties en in formele sommentaal *(bv.:1/4 deel van 1/2 liter melk; 3/4 x 5/8).*
	kan een heel getal delen door een breuk of door een gemengd getal, met name in contextsituaties *(bv.: 10 liter in flessen van 2 1/2 liter doen: 10 : 2 1/2).*
	kan een breuk delen door een breuk, met name in contextsituaties *(bv.: hoeveel pakjes van 1/4 liter kun je halen uit 1 1/2 liter?; 1 1/2 : 1/4).*
	kan kritisch denken en redeneren over breuken in betekenisvolle probleemsituaties *(bv.: Leg eens uit waarom er geen kleinste breuk bestaan.).*
	kan uitleggen dat 'gelijkwaardigheid van breuken' betekent dat de verhouding tussen de teller en de noemer van de breuken gelijk is *(bv.: 1 van elke 4 komt overeen met 2 van elke 8; 1/4 is 2/8 is 3/12 enzovoort).*
	weet dat het bij breuken om een deling gaat, dat het bijbehorende decimale getal niet altijd eindigt (bij repeterende breuken) en dat deze breuken in sommige situaties mogen worden afgerond (op bijvoorbeeld twee cijfers achter de komma).
	kan verhoudingen en breuken, ook met behulp van een rekenmachine noteren als een (afgerond) decimaal getal.

	kent de relaties tussen veelvoorkomende verhoudingen, breuken en percentages *(bv.: met name 1 : 10 ↔ 1/10 deel ↔ 10%; 1 : 2 ↔ 1/2 deel ↔ 50%; 1 : 4 ↔ 1/4 deel ↔ 25%; 1 : 5 ↔ 1/5 deel ↔ 20%; 2 : 5 = 4 : 10 ↔ 2/5 deel = 4/10 deel ↔ 40%; 3 : 4 ↔ 3/4 deel ↔ 75%).*
	kan kritisch denken en redeneren over relaties tussen verhoudingen, breuken en procenten *(bv.: Naomi maakt 13 doelpunten in 25 handbalwedstrijden. Elsa maakt 11 doelpunten in 20 handbalwedstrijden. Elsa scoort in verhouding vaker dan Naomi. Klopt dat?).*

Procenten

'BEHEERSEN' in GROEP 7

De leerling …

1F	**1S** **… beheerst de doelen van 1F én de volgende doelen:**
kan %-teken herkennen en benoemen.	kan verhoudingen en percentages aflezen uit, en weergeven in een cirkeldiagram of strook.
weet dat het geheel 100% is.	kan schaalnotaties uitspreken, herkennen als een verhouding en er betekenis aan geven *(bv.: 1 : 100 betekent dat 1 cm op de kaart in werkelijkheid 100 cm is).*
kent de betekenis van het woord 'procent' ('van de 100'). Het woord procent koppelen aan geld. Het gaat om een verhouding, dus de relatie leggen met verhoudingen.	kan in alledaagse situaties notaties met percentages tot 100% herkennen, uitspreken en interpreteren *(bv.: Bij kortingen en verdelingen in cirkeldiagrammen).*
weet wat het betekent/inhoudt, als er in een trui staat: 100% katoen, of 80% katoen – 20% nylon.	begrijpt dat een percentage de verhouding aangeeft tussen een deel en het totaal en dat de delen samen 100% vormen.
weet wat het betekent, als op een pot of pak staat: 25 % extra pindakaas, 50 % koekjes.	begrijpt dat bij het vergroten of verkleinen van een afbeelding of plattegrond, zowel de lengte als de breedte in dezelfde verhouding moet worden vergroot of verkleind, omdat de afbeelding anders vervormt.
weet wat 'korting' in procenten betekent (50% korting is iets anders dan 50 euro korting).	kan bij verdelingen van percentages ontbrekende percentages vaststellen op basis van de kennis dat het totaal 100% is.

kan globaal percentages tekenen. Voorbeelden: • Een pak yoghurt is voor 25 % vol. • 40% van de batterij is leeg. • Het bos is voor 90% afgebrand.	kan rekenen met eenvoudige percentages, hoeveelheden en getallen.
kan percentages aanvullen tot 100% in een context: • Een trui bestaat voor 85% uit katoen en de rest is nylon. Hoeveel procent nylon zit in de trui? • In een klas zit 48% jongens. Hoeveel procent meisjes zit in de klas?	kan de nieuwe prijs berekenen als de oorspronkelijke prijs en een eenvoudig kortingspercentage gegeven zijn *(bv.: De ijsmachine kost €80,-. De winkel geeft vandaag 25% korting. Hoeveel kost de ijsmachine vandaag?).*
kan in een cirkeldiagram (verdeeld in tienden of kwarten) percentages globaal aflezen: • Cirkeldiagram geeft de uitslag van een stemming in procenten. - wie heeft gewonnen? - wie heeft verloren? - wie heeft de meeste/ minste stemmers? Het gaat om het lezen van een diagram. Koppelen aan doelenlijst ‘Breuken’.	kan kritisch denken en redeneren over berekeningen met eenvoudige percentages en getallen in probleemsituaties *(bv.: Van de kinderen in de klas heeft 40% een kat, 30% een hond en 20% een konijn. De rest heeft geen huisdier. Waarom weet je nu niet hoeveel kinderen geen huisdier hebben?).*
Idem maar dan aflezen van een strook: • Het opladen van een batterij; Balk op de computer voor het laden van bijvoorbeeld een programma.	begrijpt dat een percentage een standaardverhouding van 1 op 100 (1 : 100) is en kan op basis hiervan de relatie tussen 1/100 en 1% verwoorden.

<table>
<tr><th colspan="2">‘BEHEERSEN’ in GROEP 8

De leerling …</th></tr>
<tr><th>1F</th><th>1S

… beheerst de doelen van 1F én de volgende doelen:</th></tr>
<tr><td>weet dat je percentages niet bij elkaar kunt optellen:
Je krijgt 50% korting op een broek, de week erop krijg je nog eens 50% korting. Klopt het dat je in totaal dan 100% korting krijgt?</td><td>kan in alledaagse situaties notaties met percentages, ook boven 100% herkennen, uitspreken en er betekenis aan geven (bv.: Bij rente, btw, winst, verlies, groei, toename, afname, stijging, daling).</td></tr>
<tr><td>kan eenvoudige relaties tussen percentages en breuken herkennen en benoemen:
50% is ‘de helft nemen’, of 50% is hetzelfde als ‘delen door 2’.
25% is 25 van de 100 of ‘1 van de 4’, ‘een kwart van’.
10% is 10 van de 100, of 1 van de 10.
1% nemen is ‘1 van de 100’ of 'delen door 100’.
Van breuk naar percentage staat in de lijn breuken.</td><td>kan met eenvoudige getallen de 1%-regel toepassen en kan uitleggen dan 1% van een hoeveelheid of getal kan worden berekend door te delen door 100 of te vermenigvuldigen met 0,01 (bv.: 3% van €120,- → €120 : 100 = €1,20 → €1,20 x 3 = €3,60).</td></tr>
<tr><td>kan andere relaties tussen percentages en breuken herkennen en benoemen:
20% is 20 van de 100 of ‘1 van de 5’, delen door 5.</td><td>kan met percentages rekenen door hoeveelheden en getallen te vermenigvuldigen met de bijbehorende breuken of decimale getallen (bv.: 25% van 60 → 0,25 x 60; 40% van 60 → 2/5 x 60).</td></tr>
<tr><td>kan percentage bepalen aan de hand van ankerpunten:
15% = 10 % en nog 5%.
35% = 30% en nog 5 %.
Strook als verklaring en verhoudingstabel als ondersteuning.</td><td>kan de kortingspercentages berekenen als de oude en nieuwe prijzen bekend zijn (bv.: De oude prijs van de jas was €150,-. De nieuwe prijs is €105,-. Hoeveel procent korting geeft de winkel?).</td></tr>
<tr><td>kan eenvoudige percentages van een rond bedrag uitrekenen via de bijbehorende breuk/deling:
50% van € 90
25% van € 200
10 % van € 160
1 % van € 450
(Blijven koppelen aan de bijbehorende breuk).</td><td>kan de oorspronkelijke prijs berekenen op basis van het kortingspercentage en de nieuwe prijs (bv.: Het treinkaartje kost met korting €30,-. De korting was 50%. Hoe duur was het treinkaartje eerst?).</td></tr>
<tr><td>kan eenvoudige percentages van een rond bedrag uitrekenen via de bijbehorende breuk/deling:
Uitrekenen via 1% regel.</td><td>kan berekenen hoeveel procent de toename, afname, de winst of het verlies bedraagt. En kan dit ook met minder mooie percentages, met percentages boven 100% en met moeilijkere getallen. Hierbij mag gebruik worden</td></tr>
</table>

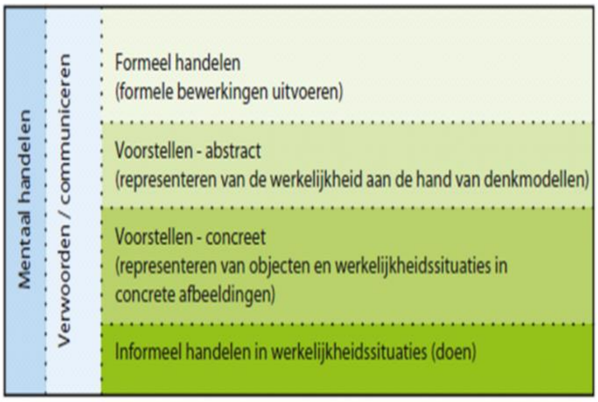
	gemaakt van de rekenmachine *(bv.: Bart koopt een oude auto voor €1200,-. Als hij de auto met 100% winst verkoopt, hoeveel krijgt hij dan voor de auto? En als hij hem met 150% winst verkoopt?).*
kan op basis van eenvoudige ronde getallen in een context, het percentage berekenen (hoeveel procent winst/verlies/toename): Trui nu van € 200 voor € 100. Hoeveel procent korting?	kan aan de hand van betekenisvolle contexten uitleggen waarom je percentages niet zomaar mag optellen of aftrekken, tenzij de percentages betrekking hebben op hetzelfde totaal.
kan op basis van eenvoudige ronde getallen in een context, het percentage berekenen (hoeveel procent winst/verlies/toename): 20% van een bedrag berekenen met strook of verhoudingstabel.	kan kritisch denken en redeneren over getalsmatige informatie met percentages *(bv.: Wanneer is 10% veel, wanneer weinig? Waar hangt dat vanaf?).*
kan van som type 15% van 60 berekenen, via de ankerpunten 10% en 5% (met strook als ondersteuning en/of via een verhoudingstabel).	
kan schatten met percentages (in contextsituaties): • 50% van 98 is ongeveer. • 25% van € 79,95 is ongeveer.	

De leerdoelen zijn afkomstig uit:
Boswinkel, Buijs & Van Os (2012) en Noteboom, Aartsen & Lit (2017).

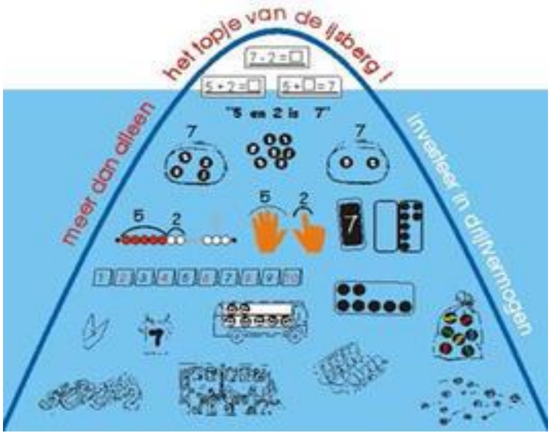
Hoofdstuk 2. Toepassen van de theorie

2.1 Algemene rekenontwikkeling

De rekenontwikkeling verloopt in vier fasen. Dit wordt weergegeven in het handelingsmodel (figuur 1). Het ijsbergmodel (figuur 2) geeft een visuele uitwerking van het handelingsmodel, aan de oppervlakte zien we de bewerkingen (formele sommen) en onder de oppervlakte zien we de begrippen en procedures die ze nodig hebben om deze bewerkingen uit te kunnen voeren.



Figuur 1, handelingsmodel
(Bron: Groenestijn, Borghout & Janssen, 2011)



Figuur 2, ijsbergmodel
(Bron: Boswinkel & Moerlands, 2003)

In de eerste twee fasen gaat het om (handelend) rekenen in concrete situaties. Dit is de onderste en basale fase in het handelingsmodel en geldt als voorwaarde voor het handelen en functioneren op de twee hoogste niveaus. In de fasen erna worden kennis en effectieve strategieën (met behulp van denkmodellen) vanuit de concrete situatie geabstraheerd en geautomatiseerd, zodat ze herkend worden en leerlingen uiteindelijk een rekenbewerking op formeel niveau kunnen uitvoeren.

2.2 Hoofdlijnenmodel

Een ander belangrijk model dat besproken wordt in het Protocol ERWD is het hoofdlijnenmodel (figuur 3). Het hoofdlijnenmodel geeft weer hoe een doorgaande rekenwiskundige ontwikkeling eruitziet. Wanneer we kijken naar hoe het rekenen geleerd wordt, is te zien dat dit verloopt volgens vier hoofdlijnen (figuur3):

- Begripsvorming (conceptontwikkeling en het verlenen van betekenis aan kennis en vaardigheden);
- Ontwikkelen van oplossingsprocedures;
- Vlot leren rekenen (oefenen, automatiseren en memoriseren);
- Flexibel toepassen van kennis en vaardigheden.

Figuur 3. Het hoofdlijnenmodel
(Bron: Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2011)

In de opbouw van een leerlijn rekenen, bijvoorbeeld de leerlijn breuken, is te zien dat er in verschillende fasen aandacht wordt besteed aan deze vier hoofdlijnen. De hoofdlijnen volgen elkaar op en hebben een cyclisch verloop. Elke volgende fase in het leerproces gaat uit van beheersing van de voorafgaande fase. De vier hoofdlijnen haken dan ook als opeenvolgende schakels aan elkaar (Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2011).

De begripsvorming is de basis voor het leren rekenen; leerlingen doen als eerste ervaring op met wat breuken zijn en waar je ze tegen komt in het dagelijks leven. Ze leren daarbij begrippen als helft, halve, kwart, teller en noemer etc. Ook maken ze kennis met verschillende strategieën om breuken met elkaar te vergelijken, zoals met breukenstroken, breukencirkels, plaatsen op een getallenlijn en gelijknamig maken. Om vlot te leren rekenen is automatiseren en memoriseren van deze kennis en vaardigheden noodzakelijk. Daar is oefening voor nodig. Als leerlingen beschikken over te weinig strategieën, dan hebben ze ook veel moeite om door te kunnen gaan naar de volgende fase; het vlot leren rekenen. In dat geval zal men dus eerst meer aandacht moeten besteden aan het ontwikkelen van oplossingsprocedures.
Het uiteindelijke doel van het rekenen is dat leerlingen hun kennis en vaardigheden flexibel kunnen toepassen in functionele situaties. Daarvoor is het nodig dat zij betekenis kunnen geven aan rekensituaties en begrijpen welke kennis en vaardigheden zij op dat moment kunnen gebruiken om een rekenprobleem aan te pakken en op te lossen. Dit noemen we strategisch denken en handelen.

2.3 Handelingsmodel

Handelingsniveau 1: Informeel handelen in werkelijkheidssituaties
Als je wilt werken aan de begripsvorming dan is het zaak om te starten met de eerste fase, 'informeel handelen in werkelijkheidssituaties': handelend rekenen in concrete situaties. Een voorbeeld bij de leerlijn Breuken is bijvoorbeeld dat de leerlingen zelf een pizza, pannenkoek of een eierkoek gaan verdelen onder vier leerlingen of bijv. een cake (andere vorm) gaan verdelen (figuur 4). Voor de leerlingen wordt het heel concreet hoe je op een goede (en eerlijke!) manier iets kunt verdelen. Op die manier leren zij de begrippen te hanteren en te koppelen aan elkaar.

Figuur 4, Handelingsniveau 1: 'Informeel handelelen' (Bron: Pixabay)

Handelingsniveau 2: Voorstellen – Concreet
Als de leerlingen eraan toe zijn, ga je door naar de volgende fase 'Voorstellen – concreet'. Aan de hand van foto's of tekeningen moeten de leerlingen zich een voorstelling maken van de situatie. In het voorbeeld van de breuken moeten de leerlingen een relatie leggen tussen de afbeelding van taart die bijv. in 8 stukken is verdeeld en dan uitrekenen hoeveel stukken je dan krijgt bij ½ taart of bij ¼ taart. Of er wordt een taart afgebeeld (figuur 5) die bijv. € 12,00 kost.

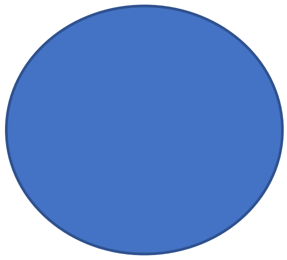
€ 12,00

Figuur 5, Handelingsniveau 2: 'Voorstellen – concreet' (Bron: Pixabay)

Wat kost dan ½ taart of 1/3 taart? Doordat de handeling die centraal stond is weggelaten, kan het voor sommige leerlingen nog even onduidelijk zijn wat de bedoeling is van de opgave. Maar voor de meeste leerlingen zal het wel duidelijk zijn.

Handelingsniveau 3: Voorstellen – Abstract
In het derde handelingsniveau, voorstellen – abstract, wordt dezelfde situatie, het berekenen van het aantal taartpunten (of in bovenstaand geval het berekenen van een bedrag van een deel van de taart), met een schematische tekening weergegeven. Dit schematiseren is de eerste stap op weg naar abstract/formeel denken en handelen. Op dit niveau worden eveneens rekenkundige bewerkingen geschematiseerd. De feitelijke handeling (niveau 1) of de herkenbare weergave (niveau 2) van het berekenen van het aantal taartpunten of het berekenen van een bedrag van een deel van

de taart wordt weergegeven in een abstracte weergave van de taart, die vervolgens vervangen wordt door de formele formule en notatie.
Als de leerling dit niet begrijpt is het noodzakelijk terug te gaan naar de vorige handelingsniveaus en steeds aandacht te blijven schenken aan de relatie tussen deze schematische tekening, de echte taart en de foto van de taart. Het begrijpen van dit denkmodel is ondersteunend voor de bewerkingen op het hoogste niveau.



Figuur 6, Handelingsniveau 3: 'Voorstellen – abstract'

Handelingsniveau 4: Formele bewerkingen uitvoeren
Op het vierde niveau worden berekeningen gemaakt met behulp van de gebruikelijk rekenwiskundige notaties. In het voorbeeld kan de leerling de kale som 1/3 van € 12,00 oplossen. Aanvankelijk nog mèt, later zonder ondersteuning van denkmodellen.

Een jas van €80,00 is in de aanbieding.
Je krijgt 25% korting.

Wat kost de jas nu?

Figuur 7, Handelingsniveau 4: 'Formele bewerkingen uitvoeren'

Verwoorden/communiceren en mentaal handelen
Het Protocol ERWD geeft aan dat het belangrijk is dat leerlingen bij bovenstaande stadia hun schema's en denkmodellen kunnen toelichten. Kunnen zij vertellen wat zij zelf hebben getekend en waarom zo? Kunnen zij zo ook de afbeeldingen in het rekenboek toelichten, met andere woorden, begrijpen zij welke 'vertaling' de tekenaar voor hen heeft gemaakt? (Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2011). Door de leerlingen dit te laten verwoorden en te laten communiceren met anderen, werk je aan het begrip, wordt het geautomatiseerd en wordt het eigen gemaakt (gementaliseerd).

Hoofdstuk 3. Strategie en materiaal

3.1 Strategieën

Het gebruik van hulpmiddelen bij het leren rekenen kan (jonge) leerlingen ontzettend veel ondersteuning bieden en inzicht geven (Erich, Galen & Huitema, 2006). Het is dan ook ten zeerste aan te raden om gebruik te maken van hulpmiddelen tijdens het leren rekenen. Echter, een belangrijke voorwaarde voor het gebruik van hulpmiddelen is dat een hulpmiddel altijd de rekenstrategie moet ondersteunen. In de volgende paragraaf wordt een toelichting gegeven op de belangrijkste rekenstrategieën bij de leerlijnen Breuken en Procenten.

In paragraaf 3.2 en 3.3 wordt in de materialenlijst vervolgens aangegeven voor welk leerjaar de materialen te gebruiken zijn, op welk niveau van het handelingsmodel (figuur 1) de materialen ondersteuning bieden en tot slot aan welk rekendoel gewerkt wordt.

Breuken

Kennen van de diverse benamingen voor breuken.

Rekenen met breuken dient gerelateerd te worden aan het begrip 'delen'. Een breuk geeft aan hoe groot een deel van een geheel is. Het geheel is hetzelfde als het totaal of alles. Als de taart wordt verdeeld in stukken, dan is één stuk een deel van het geheel of een breuk. Hierbij is de begripsvorming van de diverse begrippen die hierbij gehanteerd worden erg belangrijk (bijv. breuken, deel, geheel, stuk).

Benoemen van breuken

In eerste instantie dienen breuken in concrete situaties benoemd te worden, zoals ¼ van een eierkoek. Belangrijk is om aandacht te besteden aan de begripsvorming van het schrijven van een breuk. Boven de breukstreep staat de teller (hoeveel stukjes tel je) en onder de breukstreep staat de noemer (uit hoeveel stukjes bestaat het geheel). ¼ betekent dus '1 stukje van de in totaal 4 stukjes'. Allereerst is het belangrijk om aandacht te besteden aan de zgn. 'stambreuken' (de breuken die als teller een één hebben), dus bijv. ¼, ½ etc. Daarna kan er stapsgewijs verder gegaan worden met breuken die een teller hebben die groter is dan één, dus bijv. 2/3 en ¾. Daarbij is het ook belangrijk om aandacht te schenken aan enkele breuken die een eigen naam hebben:

- ½ → half
- ¼ → kwart
- ¾ →driekwart
- 1 ½ → anderhalf

Zelf plaatsen/tekenen van breuken

Wanneer de leerlingen voldoende een breuk kunnen benoemen kunnen ze zelf ook de breuken gaan tekenen in diverse figuren en dus ook contexten.
Hiervoor kunnen o.a. de volgende figuren gebruikt worden: rechthoekige (cake)vorm, ronde (pizza)vorm en ook een getallenlijn. Belangrijk is dat leerlingen van elkaar zien dat vormen op diverse (eerlijke) manieren verdeeld kunnen worden.

Vanuit de breuken kan de link gelegd worden naar zowel kommagetallen als procenten.

Procenten

Kennen van het begrip procent

Het begrip ‘procent’ (pro-cent) betekent ‘per honderd’ en het aantal procenten van iets wordt meestal het percentage genoemd. Laat de leerlingen samen bedenken waar het begrip procenten allemaal voorkomt. Waar kom je het tegen in het dagelijks leven? Voorbeelden hiervan zijn: op voedselproducten (20% meer ontbijtkoek), in de kledingwinkel (25% korting), in het nieuws (35% van de leerlingen heeft geen goede fietsverlichting en 20% van de Nederlanders gaat nooit op vakantie), in het verkeer (15% hellingspercentage).

Figuur 8: Informeel handelen in de werkelijkheid (Bron: Pixabay)

Begrip procent visualiseren

Het begrip procent visualiseren door gebruik te maken van stroken, vierkanten, rechthoeken en cirkels. Mooie ‘ronde’ percentages koppelen aan de al bekende breuken (zoals bijv. 25% is ¼, 50% is ½).

Procenten uitrekenen

Eerst de mooie ‘ronde’ procenten toepassen (zoals 50%, 20%, 25% en 10%), daarna vanuit de 10% en 1% regel andere onbekende percentages uitrekenen. Hierbij kan gebruik gemaakt worden van een verhoudingstabel.

Handelen

Het domein ‘Verhoudingen’ is bij uitstek een domein waarbij leerlingen handelend bezig kunnen zijn. Veel leerlingen vinden het domein ‘Verhoudingen’ lastig, omdat leerlingen soms de basis van het vermenigvuldigen en delen nog onvoldoende onder de knie hebben en anderzijds omdat er met deze bovenbouwstof van breuken en procenten vaak te snel naar een abstract/formeel niveau wordt toegewerkt, waarbij te weinig gebruik wordt gemaakt van (specifieke breuken/procenten) materialen en afbeeldingen die het inzicht in deze rekenonderdelen kunnen bevorderen. Juist door leerlingen handelend bezig te laten zijn en de rekenlessen over dit onderwerp goed voor te bereiden en te zorgen dat er veel concrete rekenmaterialen en betekenisvolle opdrachten (bijv. het verdelen van concreet materiaal over een aantal leerlingen, gebruik te maken van praktische situaties, zoals korting die op een product staat of in een reclamefolder) in de rekenlessen aanwezig zijn en behandeld worden, wordt voorkomen dat leerlingen bij dit domein een trucje gaan toepassen.

Samenvattend

Drie belangrijke aandachtspunten bij het domein ‘Verhoudingen’, leerlijn ‘Breuken en Procenten’ zijn:

- Leerlingen moeten handelend bezig zijn, waarbij zij werken aan betekenisvolle opdrachten. Bijvoorbeeld opdrachten die met breuken en procenten te maken hebben:
  - over tijd (over een kwartier gaan we weg),
  - in de winkel (25% korting op een pak hagelslag)
  - nieuwsberichten (bijv. 20% van de Nederlanders gaat niet op vakantie)
- Leerlingen moeten de betekenis kennen van de benamingen ‘breuken’ en ‘procenten’ en ook de verschillende benamingen die gebruikt worden bij breuken en procenten (zoals bijv. ¼ is hetzelfde als ‘een kwart’ en 50% is hetzelfde als ‘de helft’).
- Leerlingen dienen de relatie te kennen tussen breuken en procenten (en kommagetallen), waarbij leerlingen flexibel kunnen omgaan met het uitrekenen van breuken c.q. procenten. Hiermee wordt bedoeld dat procenten en breuken ‘inwisselbaar’ zijn. Als er bijv. gevraagd

wordt wat 20% van 400 is, dan kan dit ook uitgerekend worden door gebruik te maken van de kennis dat 20% gelijk staat aan 1/5.

3.2 Het inzetten van het materiaal

Hoe en wanneer gebruik je het? Wat voor opdrachten kan je ermee doen?

De materialen op de materialenlijst kunnen natuurlijk op verschillende momenten worden ingezet. Geadviseerd wordt om bij iedere leerling goed in de gaten te houden in welke fase van het hoofdlijnenmodel (figuur 3) de leerling functioneert. De verschillende materialen zullen voornamelijk worden ingezet in de fasen 'Begripsvorming´ en bij het 'Ontwikkelen van oplossingsprocedures/strategieën. Wanneer er gewerkt wordt aan de 'Begripsvorming' kan dit zowel op concreet (handelend) als op voorstellen-concreet niveau. De materialenlijst is zo ingedeeld dat duidelijk te zien is op welk niveau van het handelingsmodel er ondersteund wordt.

Per leerjaar is een overzicht gemaakt van handige en praktische materialen die veel concrete ondersteuning kunnen bieden bij het rekenonderwijs binnen het domein Verhoudingen – leerlijnen Breuken & Procenten. Er is een koppeling gemaakt tussen de verschillende niveaus van het handelingsmodel en hoe het gebruik van het materiaal kan bijdragen aan het behalen van de gestelde leerdoelen.

Figuur 8. Het Hoofdlijnenmodel
(Bron: Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2011)

3.3 Overzicht materialen

In deze paragraaf wordt een koppeling gemaakt tussen de verschillende niveaus van het handelingsmodel en hoe het gebruik van het materiaal kan bijdragen aan het behalen van de gestelde leerdoelen.

Per leerjaar is een overzicht gemaakt van handige en praktische materialen die veel concrete ondersteuning kunnen bieden bij het rekenonderwijs binnen het domein Verhoudingen, leerlijnen Breuken & Procenten.

Niveau van handelen → Materialen per leerjaar↓	Informeel handelen	Voorstellen concreet	Voorstellen abstract	Formeel handelen	Inzet
Groep 6					
Vouwblaadjes 10x10 cm	X				Kunnen knippen in gelijke delen. Bijv. verdelen in 2-en, 3-en, 4-en etc. Op welke verschillende manieren kun je een blaadje goed (eerlijk) verdelen?
Stroken en cirkels papier	X				Kunnen verdelen door de helft, in 4-en etc.

Klok		X			Kunnen verdelen van een uur in kwartieren, in 5 minuten etc. Bijv. hoeveel kwartieren kunnen er in een uur?
Producten waarop aangegeven staat dat er ..% meer in zit (bijv. hagelslagpak)	X				Hoeveel meer zit erin? Is dat veel/weinig?
Groep 7					
Vouwblaadjes en stroken	X				Kunnen knippen in gelijke delen. Bijv. verdelen in 2-en, 3-en, 4-en etc. Op welke verschillende manieren kun je een blaadje goed (eerlijk) verdelen?
Cirkels	X				Kunnen verdelen in vierden etc. maar ook koppelen aan percentages. Bijv. ½ is hetzelfde als 50%
Breukencirkels	X				Hoeveel vierden gaan er in een hele 'pizza'?
Breukenstokken	X				Idem als bij breukencirkels, met als toevoeging dat het vergelijken van breuken hier gemakkelijk onder elkaar kan (bijv. wat is meer? 2/3 of ¾?)
Litermaatbekers (in verschillende formaten)	X				Aflezen van een breuk op een litermaat.
Pak drinken, bijv. 1 liter	X				Overschenken van een liter in bijv. litermaat met bijv. ¼ of 1/8. Hoe vaak kun je 1 liter overschenken naar ¼ liter en hoe vaak naar 1/8 liter. Vergelijken met elkaar.
Producten waarop aangegeven staat dat er ..% meer in zit	X				Hoeveel meer is dat t.o.v. het gewone gewicht?
Labels van kleding, kussenslopen e.d.	X				Hoe is de samenstelling van het product? Welk materiaal zit er veel/weinig in? Link naar een breuk.

Pakjes drinken etc. waarop staat hoeveel % suiker er in zit etc.	X				Zit er veel van een ingrediënt in? Weinig? Wat is de verhouding tussen ingrediënten?
Affiche/tekening met bijv. opheffingsverkoop c.q. kortingsstickers	X				Hoeveel gaat eraf? Wat is de korting? Link naar breuken.
Poster breuken en procenten				X	Het verband/link tussen (de meest gebruikte) breuken en procenten leggen. Bijv. ½ is 50%, ¼ is 25%
Groep 8					
Breukencirkels		X			Optellen van ongelijknamige breuken (bijv. ½+1/3)
Breukenstokken		X			Vergelijken van ongelijknamige breuken
Labels van kleding, kussenslopen e.d.	X				Hoe is de samenstelling van het product? Welk materiaal zit er veel/weinig in? Link naar een breuk.
Pakjes drinken, boterkuipje etc. waarop staat hoeveel % suiker erin zit etc.	X				Zit er veel van een ingrediënt in? Weinig? Wat is de verhouding tussen ingrediënten?
Affiche/tekening met bijv. opheffingsverkoop c.q. kortingsstickers	X				Hoeveel gaat eraf? Wat is de korting? Link naar breuken.
Poster breuken en procenten				X	Het verband/link tussen (de meest gebruikte) breuken en procenten leggen. Bijv. ½ is 50%, ¼ is 25%
Verhoudingstabel met procenten			X	X	Uitrekenen van percentages m.b.v. een verhoudingstabel.
Poster breuken en procenten				X	Het verband/link tussen (de meest gebruikte) breuken en procenten leggen. Bijv. ½ is 50%, ¼ is 25%

Hoofdstuk 4. Spelsuggesties

Het gebruik van spellen in het rekenonderwijs kan een goede aanvulling zijn op de methode en de lessen. De toepassing van spellen kan zorgen voor meer zelfvertrouwen bij de leerlingen en tevens een motiverend effect hebben. De leerlingen gaan tijdens het spelen actief aan de slag met de stof die in de lessen is behandeld en deze wordt daarmee op een visuele, concrete manier ondersteund. De spellen zijn een extra verrijking en herhaling van de stof maar zijn geen vervanging van de methode. Ze kunnen eventueel gericht worden op een (extra) specifiek leerdoel.

In onderstaand overzicht staan spelsuggesties die vooral bij de leerlijn Breuken & Procenten als goede ondersteuning kunnen worden ingezet. Uiteraard zijn er nog veel meer spellen op de markt.

Spel	Korte beschrijving	Leerjaar	Inzet
Maxi Loco Breuken (Bol.com)	Herkennen, schrijven en vergelijken van breuken	Groep 6 - 7 9-11 jaar.	Herkennen, schrijven en vergelijken van breuken.
Breuken kaartspel (Schoolmaterialen.nl)	Enerzijds een dominospel, de andere kant is een veelzijdig spel (leggen van reeksen) met diverse varianten voor extra uitdaging.	Groep 4-6 7-9 jaar	Dominokant (groep 4/6): koppeling van breuk aan een pizzapunt waarbij een deel is ingekleurd. Andere kant (groep 6): breuken op volgorde leggen van minder naar meer of breuken die samen een hele vormen bij elkaar leggen.
Breukendomino (Schoolmaterialen.nl)	Dit spel beoefent de volgende breuken; 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/6 & 1/8.	Groep 6-8 9-12 jaar	Het aan elkaar leggen van kaartjes waar aan de ene kant een breuk staat en aan de andere kant een afbeelding van een breuk.
Procentendomino D%min% (Schoolmaterialen.nl)	Procenten, breuken en komma-getallen. D%min% oefent spelenderwijs de procenten, breuken en kommagetallen. Het spel bevat 45 kaartjes. D%min% kan met 2, 3 of 4 spelers geoefend worden. Tijdens het spel leggen leerlingen kaartjes met percentages, breuken en kommagetallen aan elkaar. Aan een kaartje met 50% kan bijvoorbeeld 0,5 of 1/2	Groep 7-8 10-12 jaar	De relatie zoeken tussen breuken, procenten en kommagetallen.

	gelegd worden. De speler die het eerst alle kaartjes wegspeelt wint.		
Suggesties voor apps:			
Jungle Breuken	Gebruiksvriendelijke app om de breuken te leren. Met korte instructies en verschillende oefenmogelijkheden: benoemen, vergelijken, optellen en vermenigvuldigen van breuken.	Groep 7-8	Breuken benoemen, vergelijken, optellen en vermenigvuldigen.
Procent App	Met deze app oefen je de procentsommen. Met ingebouwde rekenmachine, uitgewerkte voorbeelden en hulpfunctie. Deze functies kan men aan of uit zetten.	Groep 7-8	Berekenen van percentages.

Hoofdstuk 5. Coöperatieve werkvormen

In dit hoofdstuk wordt besproken hoe het werken in coöperatieve werkvormen kan bijdragen aan de rekenontwikkeling van leerlingen (Kole, de Hoop & Riemens, 2013).

5.1 Waarom coöperatieve werkvormen?

Het inzetten van coöperatieve werkvormen doet een groot beroep op de sociale vaardigheden van leerlingen. Doordat de leerlingen met elkaar moeten samen werken, elkaar moeten coachen en nieuwe dingen van elkaar leren, wordt er niet alleen aan het rekenen gewerkt, maar ook aan de sociale vaardigheden en aan de groepssfeer in de klas (Kole, de Hoop & Riemens, 2009).

Door gebruik te maken van coöperatieve werkvormen worden leerlingen gestimuleerd en uitgedaagd om samen met elkaar op zoek te gaan naar (nieuwe) oplossingen voor een bepaald rekenprobleem. Door samen te werken wordt het inzicht in een betreffend leerdoel verder verdiept en vergroot. Bij het coöperatief leren is er daarnaast meer aandacht voor het reflecteren op de toegepaste strategieën en gevonden oplossingen (Kole, de Hoop & Riemens, 2013). In deze uitwerking wordt er alleen aandacht besteed aan het gebruiken van coöperatieve werkvormen bij rekenen. De werkvormen kunnen natuurlijk ook bij andere vakken worden ingezet.

Coöperatief leren is echt anders dan ‘gewoon’ samenwerken. Vier principes die ten grondslag liggen aan het coöperatief werken dienen dan ook als voorwaarde om op een goede manier coöperatief te leren. De vier principes zijn afgeleid van het GIPS-model:
G: Gelijke Deelname – Bij alle werkvormen is het belangrijk dat iedere deelnemer (lees leerling) evenveel verantwoordelijk is voor het leerproces. De inbreng van iedere deelnemer moet gelijk zijn.
I: Individuele Aanspreekbaarheid – Alle deelnemers zijn zelf verantwoordelijk voor hun aandeel in het groepsresultaat. Je kan je dus niet verschuilen achter een medeleerling.
P: Positieve Wederzijdse Afhankelijkheid – De leerlingen stimuleren elkaar op een positieve manier en leren beide van elkaar. De werkvorm kan niet worden beoefend zonder de bijdrage van iedere deelnemer.
S: Simultane Actie – Alle deelnemers zijn tegelijk aan het werk. Dit betekent niet dat ze beide hetzelfde hoeven te doen, maar er wordt wel gewerkt aan eenzelfde doel.

5.2 Het inzetten van een werkvorm tijdens de rekenles

Bij het activeren van de voorkennis of bij de evaluatie is het nuttig om een coöperatieve werkvorm toe te passen, maar ook tijdens het begeleid inoefenen kan een coöperatieve werkvorm een goed onderdeel van de verwerking zijn. Wanneer een coöperatieve werkvorm als onderdeel van de verwerking wordt ingezet kun je als leerkracht goed monitoren, snelle feedback geven en leerlingen begeleiden. Tijdens de coöperatieve werkvorm loop je als leerkracht door de klas en kun je goed horen en zien of de leerlingen de stof begrijpen. Je kan leerlingen extra begeleiden door verhelderende vragen te stellen of uitleg te geven.
In de volgende paragraaf zullen een aantal voorbeelden besproken worden.
Afhankelijk van welk leerdoel centraal staat kunnen groepen worden samengesteld. Bijvoorbeeld: Wanneer je wilt oefenen met het automatiseren van tafels is het gewenst om in homogene groepen (leerlingen van hetzelfde niveau) te werken. Echter, wanneer er bijvoorbeeld gewerkt wordt aan het geven van feedback kan er ook in meer heterogene groepen (leerlingen met een verschillend niveau) worden gewerkt. Je kiest dus groepen (tweetallen) die tegemoetkomen aan het beoogde leerdoel.
Het is belangrijk dat wanneer een coöperatieve werkvorm wordt ingezet, deze bij de naam te noemen en eventueel te werken met kaartjes met daarop de picto en naam van de werkvorm. Op deze manier leren de leerlingen snel wat de werkvorm inhoudt en zien ze het ook echt als een werkvorm in plaats van een spelletje.

5.3 Een aantal uitgewerkte voorbeelden

Wandel – Wissel uit

Alle leerlingen verspreiden zich onafhankelijk van elkaar in het lokaal. Als de leerkracht 'Sta stil!' roept, dan stopt iedereen. Elke leerling vormt een duo met degene die het dichtstbij staat. De leerkracht stelt een vraag. Je kunt hierbij denken aan vragen, zoals:

- hoeveel procent is gelijk aan ½?
- wat is meer: 30% of 1/3?
- zet de volgende getallen op volgorde van klein naar groot: 1/3, ¼ en 1/5.
- je krijgt 30% korting op een broek van €50,00. Hoeveel euro is de korting?
  Vervolgens wisselen de duo's hun antwoorden uit.

Deze werkvorm kan ingezet worden bij begeleide oefening, zelfstandige verwerking of als reflectieopdracht.
De samenwerkingsvaardigheden die aan bod komen, zijn: luisteren en informatie uitwisselen.
De tijdsduur is ongeveer vijf minuten.

Flitsen

De leerkracht leert de leerlingen een bepaalde vaardigheid, bijvoorbeeld hoe je breuken berekent. Dan deelt hij flitskaarten uit, waarbij aan de ene kant de som staat en aan de andere kant het antwoord. Het is het handigst als elke leerling een eigen setje maakt.
Voorbeelden van sommen kunnen zijn:

- 1/3 van 24
- 2/5 van 20
- 3/4 van 32

De leerlingen gaan in tweetallen zitten. De een leest de som voor, de ander noemt het antwoord. Als het goed is, krijgt hij het kaartje. Als het antwoord fout is, dan gaat het kaartje onderop de stapel. Dit gaat net zo lang door tot de leerling de hele stapel heeft. Daarna wisselen de leerlingen van rol. Aan het einde bespreekt de leerkracht klassikaal na hoe het ging. Deze werkvorm kan ingezet worden als zelfstandige verwerking.
De samenwerkingsvaardigheden die aan bod komen zijn: hulp geven/vragen en wachten op elkaar.
De tijdsduur is ongeveer tien tot vijftien minuten.

Denken – Delen – Uitwisselen

De leerkracht geeft een opdracht of stelt een vraag.
Dit kunnen (verhaaltjes)sommen zijn, maar ook opdrachten zijn.
Voorbeelden hiervan zijn bijvoorbeeld:

- hoe kun je vergelijken of 2/5 hetzelfde is als 4/10?
- Mehmet en Soufian gaan met nog 2 vrienden naar de film. Een bioscoopkaartje kost €8,00. Ze krijgen op een kaartje 25% korting. Hoeveel moeten ze in totaal betalen?
- In een klas zitten 25 leerlingen. 1/5 deel komt uit Syrië. Hoeveel leerlingen komen daar dan vandaan?
- Welke breuk is meer? ¾ of 4/5?

De leerlingen krijgen een á twee minuten om over het antwoord na te denken. Daarna overleggen ze in tweetallen. Tenslotte worden de antwoorden klassikaal uitgewisseld. Het is een handige werkvorm om voorkennis te activeren of om te oriënteren op een opdracht. Maar de leerkracht kan deze vorm ook bij zelfstandige verwerking inzetten. Ook voor reflectie of terugblik is hij geschikt.
De samenwerkingsvaardigheden die aan bod komen zijn: luisteren en informatie uitwisselen.
De tijdsduur is ongeveer vijf minuten per opdracht/vraag.

Je duo vinden
Alle leerlingen krijgen een kaart met daarop een gegeven. Wanneer je bezig bent met het aanleren van de koppeling tussen breuken en percentages, kun je bijvoorbeeld op de kaartjes een breuk of een percentage zetten (zoals ¼, 20%, 3/5 etc.). De leerlingen lopen door de klas.
Als de leerkracht in zijn handen klapt, zoeken de leerlingen de leerling op waarvan het kaartje 'matcht' bij jouw kaartje. Dus het kaartje van 20% matcht bij het kaartje van 1/5. Leerlingen gaan samen bespreken of ze bij elkaar horen. Eventueel kun je op de achterkant van het kaartje het goede antwoord zetten.
De samenwerkingsvaardigheden die aan bod komen zijn: informatie uitwisselen, overeenstemming bereiken en luisteren.
De tijdsduur is ongeveer vijf tot tien minuten.

Waar of niet
Deze werkvorm kan je met de hele klas als opwarmertje doen. De leerlingen staan allemaal achter hun stoel. De leerkracht geeft een stelling, bijvoorbeeld als je het over percentages hebt gehad:

- ongeveer 80% van de klas bestaat uit jongens
- ongeveer ¼ van de meisjes is 12 jaar
- ongeveer 50% van de leerlingen komt uit Marokko

Als het antwoord waar is, staan de leerlingen op hun stoel. Is het antwoord niet waar, dan gaan de leerlingen zitten op de grond. Heb je het antwoord fout, dan gaat de leerling op zijn stoel zitten. De leerling die het laatst overblijft die wint!
Als het te lastig wordt gevonden om leerlingen dit in hun eentje te laten doen, dan kunnen de leerlingen ook in duo's samenwerken, waarbij ze (zachtjes) mogen overleggen om tot een antwoord te komen. De samenwerkingsvaardigheden die aan bod komen zijn: luisteren, overleggen, elkaar de kans geven inbreng te hebben en besluiten nemen.
De tijdsduur is ongeveer vijf tot tien minuten.

Ik heb …, wie heeft …?
Alle leerlingen krijgen een kaartje waarop staat: 'ik heb …. , wie heeft …?'
Op elk kaartje staat een antwoord ('ik heb …') en een vraag ('wie heeft …?').
De eerste die start begint met de vraag 'wie heeft ….?'.
De andere leerlingen letten op wie het antwoord op deze vraag heeft. Als een leerling het goede antwoord heeft zegt hij dit en stelt vervolgens (als het antwoord goed is) zijn vraag 'wie heeft…?'.
De kaartjes kunnen dan in het lokaal achter elkaar gelegd (op opgehangen) worden en als het goed is past het laatste kaartje dan weer bij het eerste kaartje.
Voorbeelden van vragen die hierbij gesteld kunnen worden:

Ik heb 3/5 Wie heeft '1/3 + 1/3'?	Ik heb 2/3 Wie heeft '3/5+1/5'?	Ik heb 4/5 Wie heeft '4/7+2/7'?

De samenwerkingsvaardigheden die aan bod komen zijn: luisteren en wachten op elkaar.
De tijdsduur is ongeveer vijf minuten.

Hoofdstuk 6. Lijst met rekentaal/woorden

In de lijst met rekentaal en begrippen die nodig zijn om de lessen uit dit domein te begrijpen staan woorden voor de verschillende jaargroepen. De begrippen beschreven bij groep 1 en 2 komen uit de BAK, Basiswoordenlijst Amsterdamse Kleuters. De begrippen vermeld bij groep 3 t/m 8 zijn bij de start van dit project geïnventariseerd door drs. Martin Ooijevaar, onderwijsadviseur van de SBD Zaanstreek-Waterland en zijn afkomstig uit de rekenmethode *Alles Telt* en de Cito-toetsen Rekenen & Wiskunde (groep 1 t/m 8). De begrippen zijn gerubriceerd per jaargroep, waarbij er soms overlap is tussen de verschillende jaargroepen. Uiteraard kunnen begrippen groep overstijgend aangeboden worden.

6.1 Een basiswoordenschat

Als leerlingen starten in groep 3 dan moeten ze voldoende woorden kennen om het onderwijs te kunnen volgen. In opdracht van de gemeente Amsterdam heeft het ITTA de Basiswoordenlijst Amsterdamse Kleuters (BAK) ontwikkeld. De BAK-lijst (die ook wel bekend staat als de placemats) bevat 3000 woorden die leerlingen moeten kennen als ze naar groep 3 gaan, onderverdeeld in woorden voor groep 1 en groep 2. In LOGO 3000 zijn alle woorden uit de BAK verdeeld over woordwebben, praatplaten en de woordkalender. Met behulp van de didactiek van '*Met woorden in de weer'* (Nulft & Verhallen, 2009) kan de leerkracht de woorden met dit materiaal op een krachtige manier aanbieden.

In dit hoofdstuk zijn voor de rekenkist 'Breuken & Procenten' de relevante woorden van de BAK geselecteerd (zie hoofdstuk 6.2).

6.2 Lijst Rekentaal/ woorden

In de woordenlijst staan dus zowel woorden uit de BAK-lijst, als woorden voor groep 3 t/m 8. De meeste woorden uit de woordenlijst zijn terug te vinden in LOGO 3000, op www.digiwak.nl of in het Van Dale Basiswoordenboek Nederlands en zijn op die manier eenvoudig te semantiseren. Dit is bij elk woord aangegeven (zie legenda).
Sommige begrippen uit de woordenlijst zijn hier echter niet in terug vinden. Van deze woorden is aan het eind van de woordenlijst een suggestie gegeven om ze te semantiseren, uit te leggen (en uit te beelden).
In een aantal gevallen gaat dit om specifieke rekenvaktaal. Deze woorden horen bij de leerstof uit de rekenles, en worden (automatisch) aangeboden tijdens uitleg in de rekenles. Een voorbeeld van een rekenvaktaalwoord is 'vierkante meter' binnen het domein 'Lengte, oppervlakte en omtrek'. Leerlingen leren dit woord tijdens de rekenles over oppervlakte. Van een aantal begrippen zijn ook posters opgenomen in de rekenkist.
Andere woorden die niet in LOGO 3000, Digiwak of het Basiswoordenboek te vinden zijn, zijn algemene schooltaalwoorden (bijvoorbeeld 'dezelfde') of meer specifieke woorden uit de dagelijkse taal (bijvoorbeeld kilometerteller). Deze moet de leerkracht uitleggen, als ze voorkomen in de rekenles. Aan het eind van de lijst zijn suggesties voor een semantisering van deze woorden opgenomen. Hierbij is de didactiek van '*Met woorden in de weer'* (Nulft & Verhallen, 2009) het uitgangspunt.

Legenda

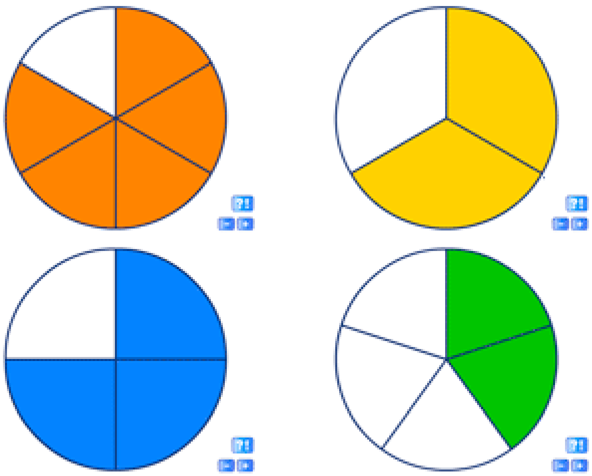
■	Digiwak
★	Logo3000
☆	Logo3000 kalenderwoord
◆	Van Dale Basiswoordenboek Nederlands Extra
✚	Extra uitleg

Groep 1		**Vervolg groep 2**	
Even groot	✚	Getallenlijn	★
Even klein	✚	Nummer	★
Evenveel	★	Schatten	★
		Verdelen	★
Groep 2		Vergelijken	■
Anderhalf	◆	Verschil	★
Getal	★		
Groep 6		**Vervolg groep 7**	
Een kwart (een vierde)	★	Breukencirkel	✚
Eenvijfde	✚	De deler	◆
Eenzesde	✚	Deel	★
Eentiende	✚	Eerlijk verdelen	✚
Eerlijk delen	✚	Gelijknamig (maken)	■
Gemengde breuk	✚	Gelijkwaardig	■
Breuk	■	Heel	★
Breukstreep	✚	Hoeveelste deel (zie hoeveel en deel)	
Breukenstrook	✚	Hoeveel	★
Complement	◆	Meer/minder	★
Deel (van)	★	Stuk	★
Deler	◆	Teller/noemer	◆
Half (een half, een tweede)	★	Verdelen	★
Noemer	◆	Vereenvoudigen	■
Stambreuk	✚	Percentage	■
Teller	◆	Procent	■
Korting	■	Procentenstrook	✚
Gelijke stukken	✚		
		Groep 8	
Groep 7		Anderhalf	◆
Breuk	■	Breuk	■
Breukenstrook	✚	Cirkeldiagram	✚
Deel	★		
Helft	★		
Korting	■		

Kwart ★	
Kwartier (wijkindeling) ◆	
Noemer ◆	
Percentage ■	
Procent ■	
Rente ■	
Teller ◆	
zoveel ★	
Zoveelste deel (zie zoveel en deel)	

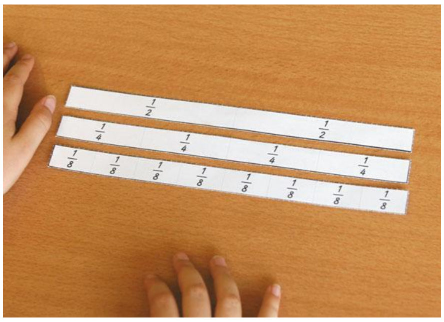
6.3 Extra uitleg

Breukencirkel



Bron: https://api.gynzy.com/nl/items/rekenen/breukencirkel/2/31

breukenstrook



Bron: http://www.fi.uu.nl/toepassingen/00486/toepassing_rekenweb.html

Breukstreep

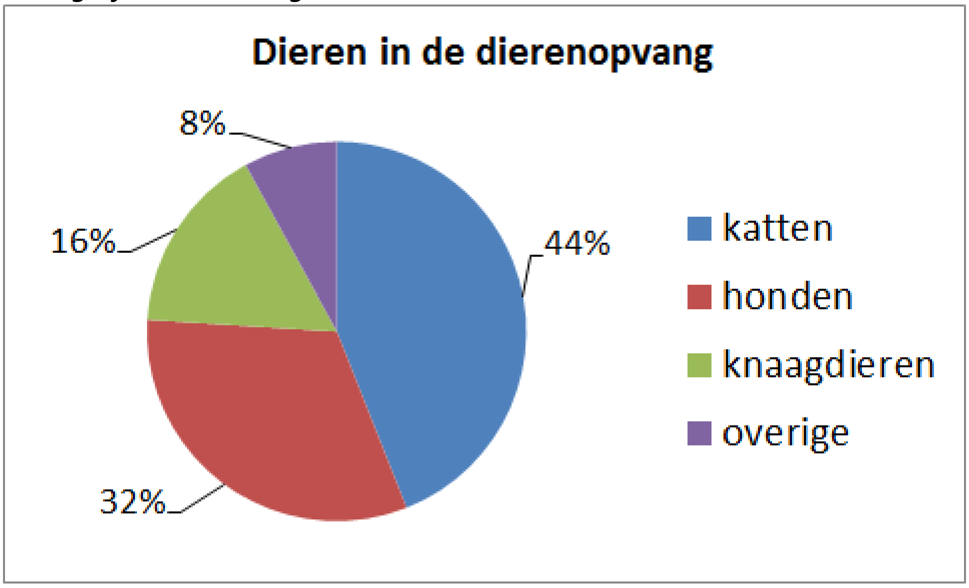
3 = de teller

— = de breukstreep

4 = de noemer

Bron: https://www.klascement.net/downloadbaar-lesmateriaal/26585/breuken-onthoudblad/

Cirkelgrafiek – cirkeldiagram



www.mijnrekensite.nl

Eenvijfde

- Zo spreek je de breuk 1/5 uit

Eenzesde

- Zo spreek je de breuk 1/6 uit

Eentiende

- Zo spreek je de breuk 1/10 uit

Eerlijk delen:

- Als je eerlijk deelt heeft iedereen evenveel. Dan maak je gelijke stukken.

Even groot, even klein, evenveel (even), net zo veel:

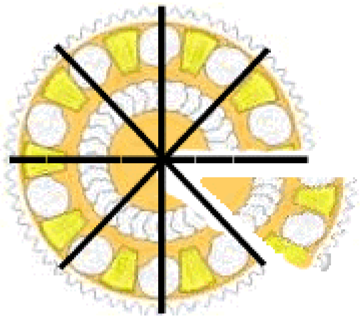
- Maak '**even'** visueel door twee voorwerpen met elkaar te vergelijken die even groot/even klein/even hoog zijn. Het is ook mogelijk hier werkbladen bij te gebruiken, zowel bij het semantiseren als om het begrip te consolideren.
- Laat de leerlingen actief meedoen: maak twee groepjes met **evenveel** leerlingen.
- Stel vragen met vergelijkingen, om te controleren of de leerlingen het snappen.

Bijvoorbeeld:

-Is er hier iemand net zo groot als ik?
-Wie is er even oud als jij?
-Wie is er even groot als jij?
-Wie heeft evenveel broertjes of zusjes als jij?
-Wie weet er evenveel als de juf/meester?
-Wie kan er net zo veel eten als een olifant?

Gelijke stukken

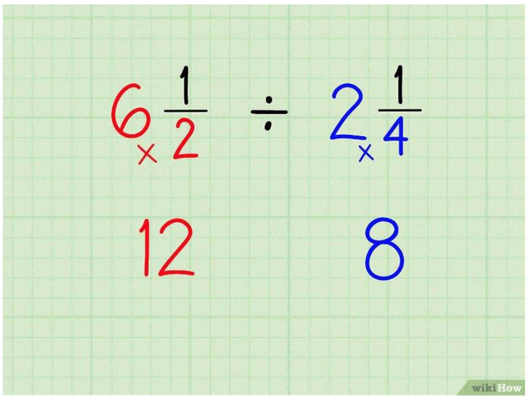
- Als je iets in gelijke stukken verdeelt of snijdt, dan zijn alle stukken hetzelfde.



Bron: www.leestrainer.nl

Gemengde breuk

- Een gemengde breuk is als je moet rekenen met twee verschillende breuken, met breuken met verschillende noemers

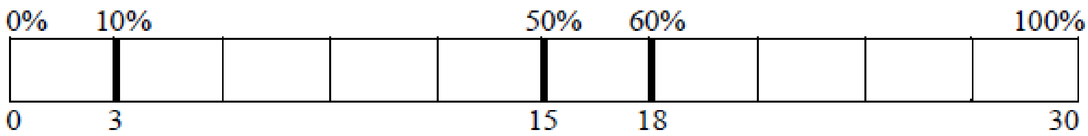


Bron: https://nl.wikihow.com/Gemengde-breuken-delen

Procentenstrook

- Een procentenstrook kan je helpen om de percentages uit te rekenen. Bijvoorbeeld:

In groep 7 dragen 18 van de 30 kinderen een bril. Hoeveel procent is dat?



Het gevraagde percentage is dus 60%

Bron: https://oefensitekennisbasistoets/begrippen/procentenstrook

Stambreuk

- Bij een stambreuk is de teller gelijk aan 1. Bijvoorbeeld:

Stambreuk nemen van een getal

$\frac{1}{2}$ van 6 = 6 : 2 = 3 | $\frac{1}{2} \longrightarrow$: 2

$\frac{1}{3}$ van 9 = 9 : 3 = 3 | $\frac{1}{3} \longrightarrow$: 3

$\frac{1}{7}$ van 70 = 70 : 7 = 10 | $\frac{1}{7} \longrightarrow$: 7

$\frac{1}{9}$ van 36 = 36 : 9 = 4

Bron: https://www.youtube.com/watch?v=gS2CNq_h6Mc

Literatuurlijst

Bij het ontwikkelen van deze uitwerkingen zijn we zo zorgvuldig mogelijk omgegaan met bronvermeldingen. Mochten hier toch nog onvolledigheden inzitten kunt u dit laten weten via mail aan info@hetabc.nl

Boswinkel, N., Buijs K. & Van Os, S. (2012). Passende perspectieven rekenen, doelenlijsten. Enschede: SLO, Nationaal expertise centrum leerplanontwikkeling.

Boswinkel, N. & Moerlands, F. (2003). Het topje van de ijsberg (In K. Groenewegen (Ed.), Nationale Rekendagen 2002 - een praktische terugblik (pp. 103-114). Utrecht: Freudenthal instituut.

Erich, L., Galen, F. & Huitema, S. (2006). Maatwerk rekenen (Oranje). ’s-Hertogenbosch: Malmberg.

Galen, van, F. (2006), Breuken, procenten, kommagetallen en verhoudingen, tussendoelen Annex Leerlijnen Bovenbouw Basisschool.

Groenestijn van, M., Borghouts, C., Janssen, C., (2011), Protocol Ernstige Reken- Wiskundeproblemen en Dyscalculie, van Gorcum.

Kole, L., Hoop, de V. & Riemens, C. (2009). *Nog beter rekenen.* Vlissingen: Bazalt.

Kole, L., Hoop, de V. & Riemens, C. (2013). *Nog Beter Rekenen; meer oefenen met de cruciale rekenleerstof via coöperatieve activiteiten*, Vlissingen: Bazalt Educatieve Uitgaven.

LOGO 3000, Nulft, D. van den & M. Verhallen - Rezulto Onderwijsadvies bv, 2010, www.logo3000.nl.

Noteboom, A., Aartsen, A., & Lit, S. (2017). Tussendoelen rekenen-wiskunde voor het primair onderwijs. Enschede: SLO, Nationaal expertise centrum leerplanontwikkeling.

Stichting Digiwak, UvA en ITTA UvA in opdracht van LOWAN/OCW, de Louisa Stichting, gemeente Amsterdam en Stichting Simonscholen. Geraadpleegd op 10 januari 2018, https://www.digiwak.nl.